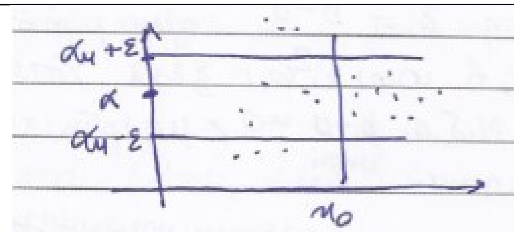
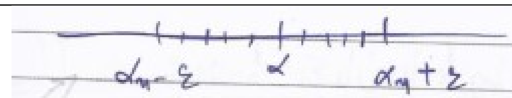
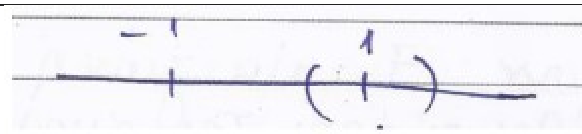
2η ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: ***Προσδιορίζοντας μαθηματικές πρακτικές για μία διδασκαλία ενημερωμένη από την έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών***

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ 1ΟΥ ΕΤΟΥΣ

ΑΑ		Λεκτικά	Γραφικά/συμβολικά
1	Δ:	(απαγγέλει ό,τι γράφει στον πίνακα)	Ορισμός: Έστω η ακολουθία $(a_n)_{n\in N}$. Λέμε ότι η (a_n) συγκλίνει στο $a \in R$, αν για κάθε ε>0, υπάρχει $n_0 \in N$ τέτοιο ώστε: $\|\alpha_n - \alpha\| < \varepsilon$, για κάθε $n \geq n_0$. Τη σχέση $\|\alpha_n - \alpha\| < \varepsilon$ μπορούμε να τη γράψουμε και: $\alpha_n - \varepsilon < \alpha < \alpha_n + \varepsilon$.
2	Δ:	Για να το δούμε λίγο περισσότερο!	
3	Δ:	Έχουμε πει πώς περιγράφουμε γραφικά μία ακολουθία. Ας δούμε τι σημαίνει γραφικά ο ορισμός:	
4	Δ:	Όποιο ε και να μας δώσουν, υπάρχει μία ζώνη που από κάποιο n_0 και πάνω, όλοι οι όροι της ακολουθίας είναι εκεί μέσα. Αν πάρουμε μικρότερο ε στενεύει η ζώνη, αλλά πάλι μπορώ να βρω n_0.	
5	Δ:	Επειδή όλη η δουλειά γίνεται στον άξονα y΄y, για αυτό παριστάνουμε:	
6	Δ:	Δεν λέμε ότι πριν το n_0 όλοι οι όροι θα είναι έξω από τη ζώνη. Μπορεί να είναι και μέσα και έξω. Αλλά θα είναι πεπερασμένοι έξω και άπειροι οι μέσα!	
7	Δ:	Αν πούμε: «για κάθε ε > 0, υπάρχουν άπειροι φυσικοί αριθμοί $n \in N$ ώστε $\|\alpha_n - \alpha\| < \varepsilon$», είναι το ίδιο;	«για κάθε ε > 0, υπάρχουν άπειροι φυσικοί αριθμοί $n \in N$ ώστε $\|\alpha_n - \alpha\| < \varepsilon$»
8	Φ1:	Μπορεί να υπάρχουν άπειροι και να μη συγκλίνει.	
9	Δ:	Τα άπειρα υποσύνολα των φυσικών χωρίζονται σε δύο ομάδες: $A = \{ n \in N: n \geq 10^{10}\}$ που είναι άπειρο αλλά το συμπλήρωμά του είναι πεπερασμένο, και $B = \{2n, n \in N\}$ που	$A = \{ n \in N: n \geq 10^{10}\}$ $B = \{2n, n \in N\}$

		είναι άπειρο και το συμπλήρωμά του είναι άπειρο.	
10	Δ:	Στον ορισμό ζητάμε να έχουμε πεπερασμένα έξω από τη ζώνη και όχι μόνο άπειρα μέσα σε αυτή και η $2^η$ διατύπωση δεν το εξασφαλίζει!	
11	Δ:		Για παράδειγμα: $a_n = (-1)^n$, $n \in N$. Είναι $α_1 = -1$, $α_2 = 1$, $α_3 = -1$, …
12	Δ:	Παρατήρηση: να μη συγχέουμε τους όρους της ακολουθίας με τις τιμές της ακολουθίας. Το σύνολο τιμών είναι το {-1, 1} αλλά έχουμε άπειρους όρους.	
13	Δ:	Άρα: όποιο ε και να πάρουμε εδώ μέσα (δείχνει γύρω από το 1 στο διπλανό σχήμα) θα έχουμε άπειρους όρους ΑΛΛΑ θα έχουμε άπειρους και έξω.	
14	Δ:	Ισοδύναμα αυτό που μπορούμε να γράψουμε είναι:	Για κάθε ε > 0 το σύνολο { $n \in N$, $α_n \notin (α – ε, α + ε)$} είναι πεπερασμένο. Γιατί;
15	Φ2:	Γιατί λέει ότι έξω είναι πεπερασμένοι οι όροι.	
16	Δ:	Πώς θα βρούμε όμως το n_0 του ορισμού αν μας δώσουν αυτή τη διατύπωση, ώστε να ισχύει η ισοδυναμία;	
17	Φ2:	Το μέγιστο n.	
18	Δ:	Τον μέγιστο ΔΕΙΚΤΗ. Έξω έχουμε πεπερασμένους όρους. Θα πάρουμε τον μέγιστο δείκτη αυτών, έστω n_0. Από το $n_0 + 1$ θα είναι όλοι μέσα. Να το δείξετε αυτό ως άσκηση.	